



UNIVERSIDAD TÉCNICA
FEDERICO SANTA MARÍA

Coordinación de Matemática I (MAT021)

Guía de Ejercicios N°1 de Complemento

Segundo Semestre de 2012

Ejercicios

Parte 1

1. Construir la tabla de verdad para la siguiente expresión e indique si es una tautología, una contradicción o una contingencia. Además, obtenga la expresión lógica más simple.

$$\neg(p \vee (q \wedge r)) \Leftrightarrow ((p \vee q) \wedge (p \vee r))$$

2. Demuestre que la suma de los ángulos exteriores de un triángulo es igual a 360° . Utilizando:

- a) Una demostración directa.
- b) Una demostración indirecta.

3. Si p tiene el valor lógico V y q tiene el valor lógico F , determine el valor lógico de:

$$\overline{p \vee (\overline{p} \wedge q)} \wedge \overline{q} \Rightarrow [(\overline{q} \vee r) \Rightarrow (q \Rightarrow s)]$$

4. Si p y q son dos proposiciones lógicas y definimos el conectivo $\sharp$, como sigue:

$$p \sharp q \equiv [(p \wedge q) \Rightarrow p]$$

Demuestre que la siguiente proposición es una TAUTOLOGÍA:

$$\{q \wedge [p \Rightarrow (p \sharp q)]\} \vee \sim q$$

5. Se definen:

$$p \triangleright q \equiv \overline{(\overline{p} \wedge q)} \quad \text{y} \quad p \triangleleft q \equiv q \Rightarrow \overline{p}$$

- a) Determinar el valor de verdad de $s \triangleleft t$ y $r \triangleright s$, sabiendo que: $(t \wedge r) \Rightarrow (s \vee \overline{t})$ es falsa.
- b) Determinar el valor de verdad de $s \triangleleft t$ y $r \triangleright s$, sabiendo que: $(t \wedge r) \wedge \overline{(s \vee \overline{t})}$ es verdadera.

Parte 2

1. Sea $n \in \mathbb{N}$ tal que $3 \leq n \leq 12$. Sean $p(n)$ y $q(n)$ las proposiciones definidas por:
 $p(n)$: El número 3 es el divisor del número n y
 $q(n)$: El número n no supera a 6.

Determine el conjunto donde la proposición $\overline{p(n) \vee q(n)}$ es verdadera.

2. Considere las siguientes funciones proposicionales:

a) $p(x) : x - 3 > 0$.

b) $q(x) : (x - 5)(x + 4) < 0$.

Determine el conjunto $\{x \in \mathbb{R} : p \Rightarrow q \text{ verdadero}\}$.

3. Sea $A = \{-1, 0, 1, 2\}$. Determine, justificadamente, el valor de verdad de:

a) $\exists a \in A : a^2 + a + 1 < 7 \Rightarrow a \text{ es impar}$.

b) $\exists a \in A \forall b \in A : |a + b| \geq |b|$.

c) $\exists a \in A \forall b \in A : |a - b| \geq |b|$.

4. Demuestre usando algebra de conjuntos:

a) $\{[A^c \cap (A \cup B)] - [A^c \cap (A - B)]\} = B - A$

b) $B \cap [(B^c \cup A)^c \cup (A \cup B)^c] = B - A$

5. Dado los siguientes conjuntos:

$$A = \{n \in \mathbb{N} : 1 \leq n \leq 5\}$$

$$B = \{n \in \mathbb{N} : n \text{ es par} \wedge n < 12\}$$

Determine el valor de verdad de las proposiciones siguientes:

a) $(\forall x \in A)(\exists y \in B) : x = y - 1 \vee x = y$

b) $(\exists y \in B)(\forall x \in A) : x = y - 1 \vee x = y$

c) $(\forall x \in A)(\exists y \in B) : (x < 4 \Rightarrow x + y > 10)$

d) $(\exists y \in B)(\forall x \in A) : (x < 4 \Rightarrow x + y > 10)$

Parte 3

1. En una encuesta respecto de tres artículos a, b, c ; se tiene la siguiente información:

$$\begin{aligned}n(a \cap b \cap c) &\neq \emptyset & n(a \cap b) &= 10 \\n(c - a) &= 22 & n(c - (a \cup b)) &= 15 \\n(a - b) &= 16 & n(b \cup c) &= 64 \\n(c) &= 35 & n(c)^c &= 39 \\n(b \cap c) &= 14\end{aligned}$$

- a) ¿Cuál es el número total de personas encuestadas?
 - b) ¿Cuántas personas prefieren sólo a ?
 - c) ¿Cuántas personas prefieren sólo dos de estos artículos?
 - d) ¿Cuántas personas prefieren a o b pero no c ?
2. Una encuesta acerca de las preferencias sobre 3 marcas A, B, C , de un determinado producto, se aplicó a 180 personas, los resultados obtenidos son:

$$\begin{aligned}n[(B \cap C) - A] &= 25, & n(A \cap B) &= 15, & n[((A \cap B) - C)^c] &= 175, & n(A - B) &= 50, \\n[C - (A \cup B)] &= 35, & n[(A \cap C) - B] &= 20, & n[(A \cup B \cup C)^c] &= 40\end{aligned}$$

Determine el número de personas que:

- a) compran sólo A .
 - b) compran sólo dos marcas.
 - c) no compran de las marcas consultadas.
3. Una encuesta entre 100 estudiantes arrojó los siguientes resultados:
- 41 alumnos toman clases de Matemática.
 - 29 alumnos toman clases de Física.
 - 26 alumnos toman clases de Programación.
 - 15 alumnos toman clases de Matemática y Física.
 - 8 alumnos toman clases de Física y Programación.
 - 19 alumnos toman clases de Matemática y Programación.
 - 5 alumnos toman las tres asignaturas.
- a) Determine el número de estudiantes entre los 100 encuestados que no están tomando ninguna de esas asignaturas.
 - b) Determine el número de estudiantes entre los 100 encuestados que toman sólo una asignatura.

Respuestas Parte 1

Ejercicio 1

1. Es una CONTRADICCIÓN.
2. La expresión más simple es: $\neg(p \vee (q \wedge r)) \Leftrightarrow p \vee (q \wedge r) \equiv V$.

Ejercicio 3 Verdadero.

Ejercicio 5

1. $s \triangleleft t \equiv V$ y $r \triangleright s \equiv V$.
2. $s \triangleleft t \equiv V$ y $r \triangleright s \equiv V$.

Respuestas Parte 2

Ejercicio 1 $\{7, 8, 10, 11\}$

Ejercicio 2 $] -\infty, 5]$

Ejercicio 3

1. Verdadero.
2. Verdadero.
3. Verdadero.

Ejercicio 5

1. Verdadero.
2. Falso.
3. Verdadero.
4. Verdadero.

Respuestas Parte 3

Ejercicio 1

1. 74 personas.
2. 10 personas.
3. 16 personas.
4. 39 personas.

Ejercicio 2

1. 30 personas compran sólo A.
2. 50 personas sólo compran dos marcas.

3. 40 personas no compran de las marcas consultadas.

Ejercicio 3

1. 41.
2. 27.