GUIA N^0 8   MATEMATICA I

1. Dada la circunferencia $(x-1)^2+(y-1)^2=1$, considere las rectas ℓ_m de ecuación: $y=mx$. Sean $A(m)$, $B(m)$ los puntos de intersección de ℓ_m con la circunferencia:

   a) Verificar que la suma de las abscisas de $A(m)$ y $B(m)$ es $s(m)=\dfrac{2(m+1)}{1+m^2}$

   b) Calcule $\lim\limits_{m\to 0} s(m)$

   c) Interpretar geométricamente el resultado de este límite.

2. Usando la definición de límite, demostrar:
   a) $\lim\limits_{x\to 3}(-2x+7)=1$ b) $\lim\limits_{x\to 1}\sqrt{|x-1|}=0$

3. Calcule $\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{f(x+h)-f(x)}{h}$ para: a) $f(x)=-x^3$ b) $f(x)=\dfrac{1}{x+1}$.

4. Sean f,g,h tales que: $f(x)\leq g(x)\leq h(x)$; $\forall x\in V$ vecindad perforada de cero. Si $\lim\limits_{x\to 0}f(x)=L\neq 0$ y $h(x)=\dfrac{\operatorname{sen}(Lx)}{x\cos x}$, calcule $\lim\limits_{x\to 0}g(x)$.

5. Calcule o demuestre que no existe:

   a) $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{x^2-2x}{x^2-5x+6}$

   b) $\lim\limits_{x\to \frac{\pi}{4}}\dfrac{1-\cos(2x-\frac{\pi}{2})}{x-\frac{\pi}{4}}$

   c) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{(x-x^3)^2}{\operatorname{sen}8x\cdot\operatorname{sen}5x}$

   d) $\lim\limits_{x\to a}\dfrac{x^2-|x-a|-a^2}{|x-a|}$

6. Determine el valor de $a\in\mathbb{R}$ de modo que: exista el $\lim\limits_{x\to 0}f(x)$:

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{\operatorname{sen}ax}{x}+1 & , \quad x<0\\ \dfrac{1-\cos(\sqrt{2}x)}{x^2} & , \quad x>0\end{cases}$$

7. ¿ Es f contínua en $\mathbb{R}$?

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{1-\cos x}{x} & , \quad x\neq 0\\ 0 & , \quad x=0\end{cases}$$

8. Sea $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ dada por:

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{1-\cos^2 x}{3x^2-x^3} & , \quad x<0\\[2ex] k^2-\dfrac{11}{3} & ; \quad x=0\\[2ex] \dfrac{(x+1)^2-(x+1)^6}{1-(x+1)^{12}} & , \quad x>0\end{cases}$$

   a) Calcule (si existe) $\lim\limits_{x\to 0}f(x)$

   b) Calcule los valores de $k\in\mathbb{R}$ para los cuales f es discontinua en $x=0$.

9. Dada

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{x^2 - 2x + 1}{x^3 - x} & , \quad x < 1, \qquad x \neq 0, \qquad x \neq -1 \\ \dfrac{x^3 - 3x + 2}{x^2 - 1} & , \quad x > 1 \end{cases}$$

¿ es posible extender continuamente f en $x = 0$ y en $x = 1$?

10. Calcular:

a) $\displaystyle\lim_{x \to \infty} \frac{\cos 2x}{x}$ b) $\displaystyle\lim_{x \to -\infty} \frac{\sqrt{x^2 + 16}}{3x - 2}$