

GUIA N° 5 MATEMATICA I

1. Encontrar el dominio y el recorrido de las siguientes funciones. Trazar los gráficos.

$$a) f(x) = \begin{cases} -3 & ; x \leq -1 \\ 1 & ; -1 < x \leq 2 \\ 4 & ; x > 2 \end{cases}$$

$$c) f(x) = \begin{cases} x+3 & ; x \neq 3 \\ 2 & ; x = 3 \end{cases}$$

$$b) f(x) = \frac{x^2 - 9}{x - 3}$$

$$d) f(x) = \sqrt{x(x-2)}$$

2. Dada $f(x) = x^2 + 3x - 4$. Calcule:

a) $f(0), f(2)$. b) $\frac{f(x+h) - f(x)}{h}$, si $h \neq 0$.

Dada $f(x) = \sqrt{2x-1}$ encuentre $\frac{f(x+h) - f(x)}{h}$, $h \neq 0$ de modo que no aparezcan raíces en el numerador.

3. Demuestre que cualquier función se puede expresar como la suma de una función par y una función impar.

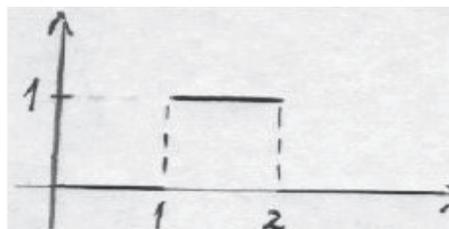
Indicación: $f(x) = \frac{1}{2}[f(x) + f(-x)] + \frac{1}{2}[f(x) - f(-x)]$

Aplice este resultado a: a) $f(x) = |x| + |x-1|$ b) $f(x) = \frac{x-1}{x+1}$

4. Calcule $g \circ f$ si: $f(x) = \begin{cases} 3x+4; 0 \leq x \leq 2 \\ x+1; 2 < x \leq 4 \end{cases}$

$$g(x) = \begin{cases} x^2; 2 \leq x \leq 5 \\ 4; 5 < x \leq 12 \end{cases}$$

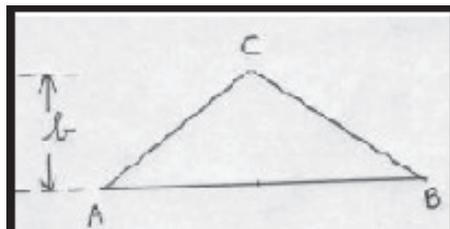
5. Escriba la función del gráfico como suma de funciones heaviside.



6. Determine si las funciones tienen inversa. En caso afirmativo encuentre la inversa señalando su dominio.

a) $f(x) = (x+2)^3$ $g(x) = \frac{2x-1}{x}$

7. El triángulo de la figura es isósceles. Sea $h \in]0, b]$ y $S(h)$ el área del trapecio $ABDE$ que se forma al dibujar el trazo DE paralelo a la base AB , a una altura h . Escriba $S(h)$, $0 < h < b$. ¿Cuál es el valor de $S(b)$ y qué representa este valor?



8. Considere un estanque cónico con su vértice hacia abajo. El estanque tiene 50 [cm] de radio y un metro de alto. Suponga que al estanque está entrando líquido y sea $h(t)$ la altura de la columna líquida dentro del estanque.

Si $V(t)$ es el volumen de líquido en el estanque en el instante t , escriba $V(t)$ en función de $h(t)$.

9. Dé un ejemplo de una función (que no sea la identidad) para la cual se cumpla que:

$$f(u+v) = f(u) + f(v); \forall u, v \in \text{dom} f.$$