



Coordinación de Matemática I (MAT021)

Guía de Ejercicios N°2 de Complemento

Segundo Semestre de 2012

Ejercicios

Ejercicio 1

Compruebe las siguientes identidades

(a) $\left(\cos\left(\frac{x}{2}\right) - \sin\left(\frac{x}{2}\right)\right)^2 = 1 - \sin x$

(b) $\frac{\cos(3x) - \cos(7x)}{\sin(3x) + \sin(7x)} = \tan(2x)$

(c) $\sqrt{\frac{1 - \sin x}{1 + \sin x}} = \sec x - \tan x$

(d) $\frac{\tan^2 x + 1}{2 \cos(-x) - \sin(90^\circ - x)} = \sec^3 x$

(e) $1 + \frac{2}{\tan x + \cot x} + \frac{\sin^2 x + \cos^2 x}{\sec^2 x + \csc^2 x} = (1 + \sin x \cdot \cos x)^2$

(f) $\sin^3 x + \cos^3 x = (\sin x + \cos x)(1 - \sin x \cdot \cos x)$

Ejercicio 2

Aplicaciones:

- (a) Una escalera de mano, cuyo pie está fijo en la calle, forma un ángulo de 30° con el suelo cuando su extremo superior se apoya en un edificio situado en uno de los lados de la calle, y forma un ángulo de 40° cuando se apoya en un edificio situado al otro lado de la calle. Si la longitud de la escalera es de 50 mts. ¿Cuál es el ancho de la calle?
- (b) Un observador determina que el ángulo de elevación a una torre es A , avanza a mts. hacia la torre y el ángulo de elevación es 45° , sigue avanzando b mts., y el ángulo de elevación es $(90^\circ - A)$. Demostrar que la altura de la torre es:

$$H = \frac{a \cdot b}{a - b}$$

- (c) La base de un triángulo isósceles mide 100 mts., y su altura es de 35,01 mts. Resolver el triángulo.
- (d) El palo central de una tienda de campaña de forma de cono circular tiene una elevación de 6 mts. y su parte superior está sostenida por cuerdas de 12 mts. de largo amarradas a estacas clavadas en la tierra. ¿A qué distancia están las estacas del pie del mástil central?. ¿Cuál es la inclinación de los cables con la tierra?
- (e) Las distancias desde un punto P a los lados AC y BC de un triángulo ABC son m y n respectivamente. Suponga que P es un punto que está en el interior del triángulo. Demuestre que

$$\overline{CP}^2 = (m^2 + n^2 + 2mn \cos \gamma) \csc^2 \gamma$$

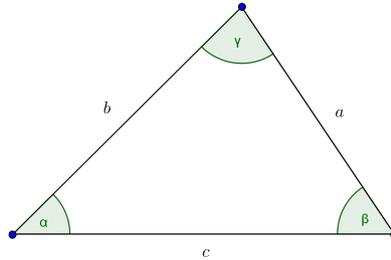
donde γ es el ángulo correspondiente al vértice C .

- (f) Dos boyas están apartadas por una distancia de 64,2 mts., y un bote está a 74,1 mts. de la más cercana. El ángulo que forman las dos visuales del bote a las boyas es de $27^\circ 18'$. ¿Qué distancia hay del bote a la boya más alejada?
- (g) Desde la cúspide de una torre de altura h metros una persona observa, con ángulos de depresión de $(45 - \alpha)$ y $(45 + \alpha)$, a dos objetos que están en el plano, y en línea que pasa por el pie de dicha torre. Si llamamos d a la distancia entre los objetos observados entonces demuestre que

$$d = 2h \tan(2\alpha)$$

Ejercicio 3

Considere el triángulo de ángulos α, β y γ como de la figura con lados a, b y c correspondientes.



Demuestre que si se verifican simultáneamente las propiedades:

- $a^2 = \frac{b^3 + c^3 - a^3}{b + c - a}$
- $\text{sen } \beta \cdot \text{sen } \gamma = \frac{3}{4}$

Entonces el $\triangle ABC$ es equilátero.

Respuestas

Ejercicio 2

- (a) 82 mts.
- (c) 61,04 mts.; 35° ; 110°
- (d) 10,39 mts.; 30°
- (f) 120,3 mts.